

「兰亭诗苑」

质数家族的孤单

陈前

上海市杨浦区教育局
上海 200093

摘要：几乎每个人都与自然数打交道。质数（也称素数）是自然数中的闪亮之星，人类很早就开始研究它们，知道它们有无限多个，但是却无法精确描述它们的分布规律，不知道下一个素数在哪里。我能在人类认知领域的暗区里，感觉到还有无限多个素数在孤单地存在着，能觉察到这种孤寂的感觉，就像能感受到战争给无家可归者带来的孤寂一样——那是人类文明暗区带来的无助的心痛。黎曼猜想试图借助泽塔函数 $\zeta(s)$ 的零点分布，来揭示素数的一个分布规律。若猜想得证，素数大家族就从孤单中解脱出来了，亮敞地呈现在人类的视野中。本文以歌曲的形式阐述黎曼猜想对素数分布规律的苦苦探寻之情，寄托人类对尚处于认知暗区和文明暗区之中的事物的思念与慰藉。

关键词：素数；黎曼猜想；泽塔函数

中图分类号：G3 **文献标识码：**A

黎曼猜想

陈前

黎曼 黎曼

你在寻找什么

是不是

不能被分解的我的孤单

在浩瀚的数字中

时而出现

时而缠绵

却又难寻我的下一个站点

仿佛迷失在无限的遥远

黎曼 黎曼

我的行踪你可预见

把我惆怅的心

通讯作者：陈前

收稿日期：2025-11-11 录用日期：2025-11-23

DOI: <https://doi.org/10.58244/sha.263512>

收敛在实部为二分之一的直线

汇集我所有可爱的伙伴

彼此看见

不再离散

黎曼 黎曼

可否借用你的泽塔函数

解读心中最神秘的语言

让芊芊杂乱的芳花

有序绽放

朵朵亮眼

扫码听歌《黎曼猜想》



数学是有情感的。我三、四岁时，村里的淑安姑姑教我们数数，我就喜欢上数学，特别喜欢从1、2...数到10，再从11、12...数到100，再从101、102...数到1000这之中的进位，其他伙伴还不掌握这种递推，淑安姑姑总是安排我给大家数数。哈哈，数数也成了我的一个才艺。我从中获得从有限到无限的推理的快乐。后来，当我遇到素数时，得知从古至今的数学家都还没找到素数大家族的分布规律，就感觉到一种莫名的孤单，仿佛我自己就是那些等待被人类快快发现的、躲在无穷黑暗中的素数。一直到我接触到黎曼猜想，才发现撕开那无限黑暗的一丝希望，但是，也许由于这个猜想还没有被证明，我对素数家

族的孤独之感有时会非常强烈。

素数（英文名：Prime number）又称质数，是指在大于1的自然数中，除了1和它本身以外不再有其他因数的自然数，如2、3、5、7、11、13、17、19，等等。西方对素数的研究最早可追溯到古埃及。中国古代对素数的研究可见于先秦时期算术书籍《九章算术》。素数在数论研究中有着极大的重要性，因为所有大于1的正整数都可以表示成它们的乘积，例如 $510510 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17$ 。更厉害的是，1742年普鲁士数学家克里斯蒂安·哥德巴赫与瑞士数学家莱昂哈德·欧拉的通信中提出了著名的哥德巴赫猜想：任一大于2的偶数都可写成两个素数之和。从某种意义

上讲，素数在数论中的地位类似于物理世界中用以构筑万物的原子。中国数学家陈景润在对哥德巴赫猜想的研究中取得了迄今为止最好的结果，于1973年发表了详细证明，确立了著名的陈氏定理：每个充分大的偶数都可以表示为一个素数与一个“殆素数”（其素因子个数不超过两个）之和（简记“1+2”）。

质数具有重要的理论意义和跨学科价值。质数在密码学中起着关键作用，特别是在公钥加密算法如RSA中。这些算法的安全性基于大质数的分解难度。在计算机科学中，质数被用于生成随机数，特别是在安全随机数生成器；质数还被用于设计和分析算法，如素数筛法。在物理学中，质数被用

于理解和描述自然现象，如原子结构、量子力学等。在经济学中，质数被用于理解和描述市场行为，如价格形成机制、市场竞争等。在统计学中，质数被用于设计和分析实验，特别是在随机化实验设计中。在工程学中，质数被用于设计和分析系统，如通信系统、控制系统等。有趣的是在生物学中，素数被用于理解和描述生物系统，如基因组结构、蛋白质结构等。在害虫的生物生长周期与杀虫剂使用之间的关系上。实验表明，素数次数地使用杀虫剂是最合理的：都是使用在害虫繁殖的高潮期，而且害虫很难产生抗药性。多数生物的生命周期也是素数（单位为年），这样可以最大程度地减少碰见天敌的机会。

所以，素数的分布是长期以来人们很感兴趣的问题。素数的定义简单得可以在中学甚至小学课上进行讲授，但它们的分布却奥妙得异乎寻常。素数的分布规律是数论研究素数在自然数中排列规律的核心领域。数学家们付出了极大的心力，却迄今仍未能彻底了解。可喜的是，黎曼猜想给人类揭示素质分布执迷带来了希望。

黎曼猜想是波恩哈德·黎曼 1859 年提出的。黎曼于 1826 年出生在当时属于汉诺威王国的名叫布里斯伦茨的

小镇。1859 年，黎曼被选为了柏林科学院的通信院士。作为对这一崇高荣誉的回报，他向柏林科学院提交了一篇题为“论小于给定数值的素数个数”的论文。这篇只有短短八页的论文就是黎曼猜想的“诞生地”。黎曼论文的一个重大的成果，就是发现了素数分布的奥秘可能蕴藏在一个特殊的函数（zeta 函数，译成泽塔函数 $\zeta(s)$ ）之中。他的猜想揭示了如下关联：使得泽塔函数取值为零的一系列特殊的点对素数分布的细致规律有着决定性的影响。泽塔函数如今被称为黎曼 ζ 函数，那一系列特殊的点则被称为黎曼 ζ 函数的非平凡零点。

每一个素数都关联着一个非平凡点，在复平面上，这些点的实部都为 $1/2$ ，也就是说，这些点排列在直线 $x=1/2$ 上。换句话讲，素数的分布规律与复平面上的一条直线关联，太神奇了。当然，这还只是一个猜想。荷兰三位数学家 J. van de Lune、H. J. Riele 以及 D. T. Winter 利用电子计算机来检验黎曼的假设，他们对最初的 2 亿个 zeta 函数的零点检验，证明黎曼的假设是对的。1982 年 11 月苏联数学家马帝叶雪维奇在苏联杂志《Kibernetika》宣布，他利用电脑检验一个与黎曼猜想有关的数学问题，可

以证明该问题是正确的，从而反过来可以支持黎曼的猜想很可能是正确的。黎曼猜想至今尚未被成功证明。2024 年 5 月，黎曼猜想迎来了新的突破。麻省理工学院的 Larry Guth 和牛津大学的菲尔兹奖得主 James Maynard，在论文预印网站 arXiv 上提交了一篇新的论文，表示他们改进了一项已经停滞了 80 多年的与黎曼猜想有关的结果。

尽管如此，我还是十分喜欢黎曼猜想，它让我更深刻地感受到人类探索未知领域的精神力量。也许，要把认知暗区中孤单存在的事物揭示出来，使得人类少一些茫然和误区（不仅在科学领域，还包括艺术、政治等各领域），是人类进步的力量之源。于是我在上海郊区的一个乡村里，坐在田边写了一首歌《黎曼猜想》，来描述素数家族中还存在的孤独情感，并用 AI 作曲和演唱，扫一下二维码可以聆听。作为一位教育工作者，我希望每个学生都不是未被发现的素数而孤寂存在。但愿每个人、每种文明的光都被发现，都和美地绽放在人类的星空，不再笼罩黑暗，不再离散，正如歌词寄托的美愿——芊芊杂乱的芳华，有序绽放，朵朵亮眼。

作者简介：

陈前 华东师范大学数学教育硕士，数学高级教师，曾担任中学校长，获得上海市教育育人楷模、上海市园丁、上海市推进学习型社会建设先进个人、上海市优秀家庭教育指导教师等荣誉。喜欢文学、社会学、绘画，在数学教育中注重数学思维与数学美学的融合，指导学生开展跨学科项目化学习。

The Isolation of the Prime Number Family

Chen Qian

(Yangpu District Education Bureau, Shanghai 200093, China)

Abstract: Almost everyone deals with natural numbers. Prime numbers, the shining stars among them, have captivated human curiosity since ancient times. We have long known that there are infinitely many primes, yet we remain unable to precisely describe their distribution or predict where the next prime will appear. In the uncharted territories of human cognition, I can sense countless primes existing in solitude—a loneliness I perceive as acutely as the desolation felt by those displaced by war, a helpless ache born from the shadows of human civilization. The Riemann Hypothesis attempts to unveil a pattern in the distribution of primes through the zeros of the zeta function, $\zeta(s)$. If proven true, the vast family of primes would emerge from isolation, fully illuminated within the scope of human understanding. This article expresses, in the form of a song, the relentless pursuit encapsulated in the Riemann Hypothesis to decipher the distribution of primes—a testament to humanity's longing and solace for what still lies hidden in the realms of knowledge and civilization.

Keywords: Prime number; Riemann Hypothesis; Zeta $\zeta(s)$
